パケット交換システムにおける最適チャンネル割当政策(待ち行列理論とその周辺)

塩山, 忠義; 大野, 勝久; 三根, 久

数理解析研究所講究録
519巻 1984年 22-36

パケット交換システムにおける最適チャンネル割当政策

阪技研 電子部 塩山忠義 (Tadayoshi Shioyama)
京大 工・数理 大野勝久 (Katsuhisa Ohno)
京大 工・数理 三根 久 (Hisashi Mine)

1、はじめに

通信システムの性能を評価する際、重要な特性の一つとしてスループットがある。このスループットを改善するために種々の制御法が研究されている。例えば、ALOHAのような衝突を伴う通信システムにおいては入力制御(*input control*)[1],[2],再送制御(*retransmission control*)[3],アクセス制御(*access right control* ; *Urn scheme*)[4]等が各ユーザへのパケット到着率が同じ場合について論じられている。また、最近Grizzle と Marcus [5]が各ユーザへのパケットの到着率が異る場合における、各ユーザのチャンネルへのアクセス制御について考察している。一方、衝突を伴わない通信システムにおいては各ユーザのバッファが無限容量の場合のチャンネルの最適割当政策[6],[7]が求められている。また、待ち行列システムの最適制御に関して多くの研究が行われて

いる[8],[9],[10],[11]。

本稿では、衝突を伴わない通信システムにおいて、各ユーザのバッファが有限容量の場合のチャンネル最適割当政策をマルコフ決定過程を用いて求める。この最適割当政策は各ユーザへのパケットの到着率に従って優先順位が決められる政策により与えられることを示す。

2、モデル

通信システムはそれぞれ1パケットのバッファ容量を持つM個のユーザより構成され、各ユーザは互いに無線チャンネルを通して通信する。i番目のユーザへは1スロットの間にパケットが確率λ_i, $i=1,\cdots,M$で到着する。λ_iは$1\geq\lambda_1\geq\lambda_2\geq\cdots\cdots\geq\lambda_M>0$を満足するものとする。いったん、伝送サービスが開始されると中断されること無くサービスされる。もし、ユーザがパケットを有していたならば、そのユーザに新たに到着したパケットはたとえそのユーザが伝送サービス中でもバッファに入ることはできない。

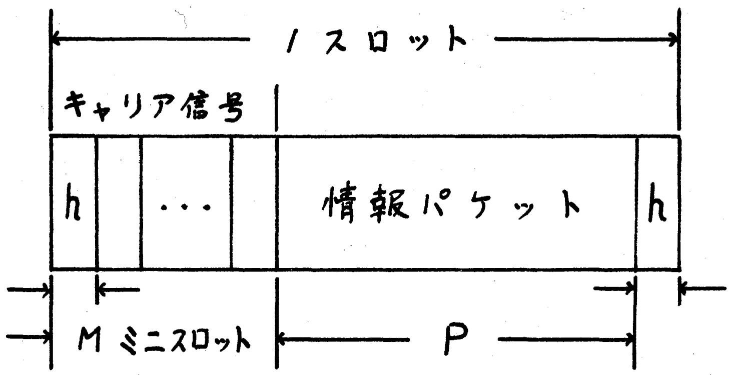

図1　スロットの構成

マルチアクセス方式は以下の通りである[12]。各ユーザは他のユーザのキャリア信号を検知する。全てのパケットは固定長でノイズの無い1チャンネルを通して伝送される。時間はスロット化されており、各スロットは図1に示すように以下の3つの部分より構成される。

(1) M個のミニスロットよりなるオーバヘッド。各ミニスロットはhの長さを持つ。但し、hは各ユーザ間の伝播時間の最大値である。

(2) 長さPのパケット伝送時間。

(3) 長さhの1ミニスロット。この時間はパケット伝送終了から受信終了までの時間である。

チャンネル割当の規則は全てのユーザに共通である。M個の全ユーザは同期されており長さ$\{P+(M+1)h\}$の各スロットにおいて次のようにパケットを伝送する。もし、i番目($i=1,\cdots,M$)のユーザがパケットを有するならば、i番目のミニスロットの始めに自分のキャリア信号を伝送する。もし、M個のミニスロットの間に他のユーザのキャリア信号を検知することにより、チャンネル割当規則に従って自分がチャンネルを割当てられることが分れば、パケット伝送時間の始めに自分のパケットを伝送開始する。さもなければ、次のスロットまで待機し、この過程を繰り返す。

3. マルコフ決定過程

チャンネル割当は各スロットのオーバヘッドの終りに決定される。第 t 番目の決定点でのシステムの状態はベクトル $\underline{i}(t) \equiv (i_1(t), \cdots, i_M(t))$ で表わされる。但し、$i_\ell(t)$ ($\ell = 1, \cdots, M$, $t = 0, 1, 2, \cdots$) は ℓ 番目のユーザでのパケット数 (0 または 1) を表わす。状態空間は全ての可能な状態より成り、$\mathbf{S}$ で表わされる。各決定点において、チャンネルはパケットを有するユーザのうちの 1 つに割当てられる。即ち、システムが状態 $\underline{i} \in \mathbf{S}$ にあるとき、許されるチャンネル割当の集合は $\{\ell ; i_\ell = 1, \cdots, M\}$ であり、この集合を状態 $\underline{i} \in \mathbf{S}$ でのアクション空間 $A(\underline{i})$ とよぶ。

政策 ϕ は決定点 t において状態 $\underline{i}(t)$ に依存して決まるユーザにチャンネルを割当てる規則である。この政策には決定点までの全てのシステムの履歴に依存し、かつ確率的にユーザを決定する規則まで含まれているものとする。

各パケットの伝送が終了する時に利得 $r\,(>0)$ が得られるものとし、この利得は割引率 β で割引かれるものとする。初期状態が $\underline{i}$ で政策 ϕ が用いられたとき、無限期間での総期待割引利得 $V(\underline{i};\phi)$ は次式で与えられる。

$$V(\underline{i};\phi) = \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{\underline{i}(t) \in \mathbf{S}} \sum_{a \in A(\underline{i}(t))} \beta^{t+1} P_\phi\{\underline{i}(t), A_t = a \mid \underline{i}(0) = \underline{i}\}\, r(\underline{i}(t), a)$$

但し、A_t $(t=0,1,\cdots)$ は t 番目の決定点でチャンネルを割当てられるユーザを表わし、$r(\mathbf{i}(t),a)$ は $\mathbf{i}(t)\neq 0$ のとき $r(\mathbf{i}(t),a)=r$ で $\mathbf{i}(t)=0$ のとき $r(\mathbf{i}(t),a)=0$ である。全ての政策の中で、また、全ての $\mathbf{i}\in S$ に対して $V(\mathbf{i};\phi)$ を最大にする最適チャンネル割当政策を求めるのが本論文の目的である。スループットは $r=\beta=1$ の場合の1スロット当りの平均利得に等しい。従って、求める最適チャンネル割当政策は $r=1$ で β が1に十分近いとき全政策の中でスループットを最大にする[13]。

全ての $\mathbf{i}\in S$ に対して $V(\mathbf{i};\phi)$ を最大にする最適政策は現在の状態にのみ依存し、チャンネルを確定的に割当てる定常政策により与えられることが示されている[13],[14],[15],[16]。故に、このような定常で確定的な政策の中から最適政策を求めればよい。f を $A(\mathbf{i})$ の中の値をとる $\mathbf{i}\in S$ の函数とするとこのような定常で確定的な政策を $\mathbf{f}=(f,f,f,\cdots)$ により表わすことができる。以下、全ての中で最適な政策 $\mathbf{f}^*=(f^*,f^*,f^*,\cdots)$ を導く。政策 $\mathbf{f}$ のもとではシステムが状態 $\mathbf{i}\in S$ にあるとき、チャンネルはユーザ $f(\mathbf{i})$ に割当てられる。チャンネルが決定点 t でユーザ $a=f(\mathbf{i})\in A(\mathbf{i})$ に割当てられたとき、システムは次に表わされるような確率 $P(\mathbf{i},\mathbf{j};a)$ で次の決定点 $t+1$ における状態 $\mathbf{j}=(j_1,\cdots,j_M)$ へ遷移する。

$$P(\dot{i},\dot{j};a)=[\prod_{\ell\notin A(\dot{i})}\{(1-\lambda_\ell)+j_\ell(2\lambda_\ell-1)\}]\times\prod_{\ell\in A(\dot{i})}|j_\ell-\delta_{\ell,a}| \qquad (1)$$

但し、$\delta_{\ell,a}$ はクロネッカのデルタである。$\dot{i}$ 番目の成分が $r(\dot{i})$ である 2^M 次元の列ベクトルを $r(f)$ とする。また、$(\dot{i},\dot{j})$ 成分が $P(\dot{i},\dot{j};f(\dot{i}))$ である $2^M\times 2^M$ 次元の行列を $P(f)$ とする。そのとき、政策 $f=(f,f,f,\cdots)$ を用いたときの無限期間での総期待割引利得ベクトル $V(f)=(V(\dot{i};f))$ は次式で与えられる。

$$V(f)=\sum_{t=0}^{\infty}\beta^{t+1}[P(f)]^t r(f)$$

システム内の全パケットが始めて空になるまでの期間を τ とする。また、初期状態が $\dot{i}$ で政策 f を用いたときの β^τ の期待値を $\pi^f(\dot{i})$ とする。但し、$\pi^f(0)=1$ と仮定し、集合 $S-\{0\}$ を S' で表わす。$\pi^f(\dot{i})$ は任意の f と $\dot{i}\in S'$ に対して

$$\pi^f(\dot{i})=\beta P(\dot{i},0;f)+\beta\sum_{\dot{j}\in S'}P(\dot{i},\dot{j};f)\pi^f(\dot{j}) \qquad (2)$$

を満たす。初期状態が $\dot{i}$ で政策 f を用いたとき、τ 期間の期待割引利得 $u(\dot{i};f)$ は

$$u(\dot{i};f)=E_f\{\sum_{t=0}^{\tau-1}\beta^{t+1}r\mid \dot{i}(0)=\dot{i}\}$$

$$=E_f\{\beta r(1-\beta^\tau)/(1-\beta)\mid \dot{i}(0)=\dot{i}\}$$

$$=\beta r\{1-\pi^f(\dot{i})\}/(1-\beta) \qquad (3)$$

で与えられる。τの期間中の第t番目($t \leqq \tau-1$)の決定点においてアクション$f(i(t))$をとり、τ期間以降は最適政策f^*を用いる政策を(f, f^*)で表わす。初期状態がiで政策(f, f^*)を用いるときの無限期間での総期待割引利得を$V(i;f)$で表わせば、

$$V(i;f) = u(i;f) + \pi^f(i)V(0;f^*) \tag{4}$$

である。式(3),(4)より次式が得られる。

$$V(i;f) = \beta r/(1-\beta) - \pi^f(i)\{\beta r/(1-\beta) - V(0;f^*)\} \tag{5}$$

さらに、$V(0;f^*) \leqq r\beta^2/(1-\beta)$であるので

$$r\beta/(1-\beta) - V(0;f^*) > 0$$

が成立つ。全ての$i \in S'$と政策f_1と$f_2(\neq f_1)$に対して$\pi^{f_1}(i) \leqq \pi^{f_2}(i)$が成立つことをベクトル$\pi^{f_1}$と$\pi^{f_2}$に対する不等式$\pi^{f_1} \leqq \pi^{f_2}$で表わす。特に、少くとも1つの$i \in S'$に対して等号が成立たないとき、$\pi^{f_1} < \pi^{f_2}$で表わすことにする。式(5)より次の定理を得る。

定理1　もし、政策f^*が任意の$f(\neq f^*)$に対して

$$\pi^{f^*} \leqq \pi^f$$

ならば政策f^*は最適である。特に

$$\pi^{f^*} < \pi^f$$

ならばf^*は唯一の最適政策である。

4、最適チャンネル割当政策

$1 \geqq \lambda_1 \geqq \lambda_2 \geqq \cdots \geqq \lambda_M > 0$ のとき、到着率 λ_1 を持つ1番目のユーザに最も高い優先権が与えられ、λ_i の大きい順に優先権が与えられる定常政策を $g = (g, g, g, \cdots)$ で表わす。この節では政策 g が最適であることを示す。$\underline{i} = (i_1, \cdots, i_M)$ と $\underline{j} = (j_1, \cdots, j_M)$ が $i_k = 0,\ i_l = 1,\ j_k = 1,\ j_l = 0\ (k < l)$ と $i_m = j_m\ (m \neq k, l)$ を満足するとき、このことを半順序 $\underline{i} < \underline{j}$ で表わす。もし、$\underline{i} < \underline{j}$ となる全ての $\underline{i}, \underline{j}$ に対して $\pi^g(\underline{i}) \leqq (<)\ \pi^g(\underline{j})$ が成立てば、ベクトル π^g は"(狭義)単調"であるという。以下、この π^g の単調性を示す。

初期状態が $\underline{i} = (i_1, \cdots, i_M)$ であるとき、政策 g のもとで1番目から m 番目までのユーザが始めて空になるまでの期間を $\tau(m)$ で表わす。g のもとでは $\tau(m)$ が $i_l\ (l = m+1, \cdots, M)$ に影響されないので、初期状態が $\underline{i}_m = (i_1, \cdots, i_m)$ のときの $\beta^{\tau(m)}$ の期待値を $\pi_m^g(\underline{i}_m)$ で表わす。全ての可能な状態 $\underline{i}_m$ より成る状態空間を S_m で表わす。また、0_m で $i_l = 0\ (l = 1, \cdots, m)$ の状態を表わすとき、集合 $S_m - \{0_m\}$ を S_m' とおく。

まず、$m = 2$ の場合について考える。$\pi_2^g(10), \pi_2^g(01)$ と $\pi_2^g(11)$ は次の関係式を満足する。

$$\pi_2^g(10) = \beta(1-\lambda_2) + \beta\lambda_2\pi_2^g(01)$$

$$\pi_2^g(01) = \beta(1-\lambda_1) + \beta\lambda_1\pi_2^g(10)$$

$$\pi_2^g(11) = \beta \pi_2^g(01)$$

上式は3次元列ベクトル$\pi_2^g(\mathbb{S}_2') \equiv [\pi_2^g(10), \pi_2^g(01), \pi_2^g(11)]^T$を用いれば

$$\pi_2^g(\mathbb{S}_2') = \beta \mathbb{b}_2 + \beta \mathbb{T}_2^g \pi_2^g(\mathbb{S}_2') \tag{6}$$

と書き直すことができる。ここで、3次元列ベクトル$\mathbb{b}_2$と3×3行列$\mathbb{T}_2^g$は

$$\mathbb{b}_2 \equiv \begin{bmatrix} 1-\lambda_2 \\ 1-\lambda_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{T}_2^g \equiv \begin{bmatrix} 0 & \lambda_2 & 0 \\ \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

である。さらに、$c_{10} \equiv 1-\lambda_1$, $c_{11} \equiv \lambda_1$とおく。

補題1

$$\begin{bmatrix} \pi_2^g(10) \\ \pi_2^g(01) \\ \pi_2^g(11) \end{bmatrix} = \beta/(1-\beta^2\lambda_1\lambda_2) \begin{bmatrix} (1-\lambda_2)+\beta\lambda_2(1-\lambda_1) \\ \beta\lambda_1(1-\lambda_2)+(1-\lambda_1) \\ \beta^2\lambda_1(1-\lambda_2)+\beta(1-\lambda_1) \end{bmatrix}$$

である。$1 \geqq \lambda_1 \geqq \lambda_2 > 0$に対して、$\pi_2^g(01) \leqq \pi_2^g(10)$が成立つ。特に、$1 \geqq \lambda_1 > \lambda_2 > 0$であれば$\pi_2^g(01) < \pi_2^g(10)$が成立つ。

$m = 2, \cdots, M-1$に対して次の補題を得る。

補題2　(2^m-1)次元の列ベクトル$\pi_m^g(\mathbb{S}_m')$が(2^m-1)次元ベクトル$\mathbb{b}_m$と$(2^m-1)\times(2^m-1)$行列$\mathbb{T}_m^g$に対して

$$\pi_m^g(\mathbb{S}_m') = \beta \mathbb{b}_m + \beta \mathbb{T}_m^g \pi_m^g(\mathbb{S}_m') \tag{7}$$

を満たせば、$(2^{m+1}-1)$次元列ベクトル$\pi_{m+1}^g(\mathbb{S}_{m+1}') \equiv [\pi_{m+1}^g(\mathbb{S}_m', 0)^T,$

$\pi^g_{m+1}(\mathbb{0}_m, 1), \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 1)^T]^T$ は

$$\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m+1}) = \beta \mathbb{b}_{m+1} + \beta \mathbb{T}^g_{m+1} \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m+1}) \tag{8}$$

と表わされる。但し、$\mathbb{0}$ で全ての成分が0であるベクトルあるいは行列を表わすとき、$\mathbb{b}_{m+1}$ と $\mathbb{T}^g_{m+1}$ は次のように定義される。

$$c_{m,0} \equiv (1-\lambda_m) c_{m-1,0}, \quad \mathbb{C}_{m,1} \equiv [(1-\lambda_m)\mathbb{C}_{m-1,1}, \lambda_m c_{m-1,0}, \lambda_m \mathbb{C}_{m-1,1}] \tag{9}$$

$$\mathbb{C}_m \equiv [c_{m,0}, \mathbb{C}_{m,1}] \tag{10}$$

$$\mathbb{b}_{m+1} \equiv \begin{bmatrix} (1-\lambda_{m+1})\mathbb{b}_m \\ c_{m,0} \\ \mathbb{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbb{T}^g_{m+1} \equiv \begin{bmatrix} (1-\lambda_{m+1})\mathbb{T}^g_m & \lambda_{m+1}\mathbb{b}_m & \lambda_{m+1}\mathbb{T}^g_m \\ \mathbb{C}_{m,1} & 0 & \mathbb{0} \\ \mathbb{0} & \mathbb{b}_m & \mathbb{T}^g_m \end{bmatrix} \tag{11}$$

補題1,2より、式(7)が $m=2,\cdots,M$ に対して成立つことが示された。$\lim_{n\to\infty} \beta^n [\mathbb{T}^g_m]^n = 0$ であるから、逆行列 $(\mathbb{I} - \beta \mathbb{T}^g_m)^{-1}$ が存在する。ここで、$\mathbb{I}$ は恒等行列である。従って、式(7)より

$$\pi^g_m(\mathbb{S}'_m) = (\mathbb{I} - \beta \mathbb{T}^g_m)^{-1} \beta \mathbb{b}_m \tag{12}$$

が得られる。β を $(1-\lambda_{m+1})\beta$ で置き換えたときの $\pi^g_m(\mathbb{S}'_m)$ を $\tilde{\pi}^g_m(\mathbb{S}'_m)$ で表わせば $(1-\lambda_{m+1})\beta = 0$ のとき $\tilde{\pi}^g_m(\mathbb{S}'_m) = 0$ である。さらに、$0 \leqq (1-\lambda_{m+1})\beta < 1$ であることと、$\mathbb{b}_m$ と $\mathbb{T}^g_m$ が β に依存しないことから、式(12)を用いれば次の補題3が得られる。

補題3　もし、$\pi^g_m(\mathbb{S}'_m)$ が任意の β $(0<\beta<1)$ に対して単調であるならば $\tilde{\pi}^g_m(\mathbb{S}'_m)$ も任意の β $(0<\beta<1)$ に対して単調である。

補題 4

(a) $\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 1) = \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_m, 1)\,\pi^g_m(\mathbb{S}'_m)$ (13)

(b) $\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 0) = \{1 - \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_m, 1)\}\tilde{\pi}^g_m(\mathbb{S}'_m) + \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_m, 1)\pi^g_m(\mathbb{S}'_m)$ (14)

補題 5　もし、$\pi^g_m(\mathbb{S}'_m)$が任意の$\beta\,(0<\beta<1)$に対して(狭義)単調であるならば、$\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 0)$と$\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 1)$も任意の$\beta\,(0<\beta<1)$に対して(狭義)単調である。

補題 6

(a) $\pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_{m-1}, 1, 0) \geqq \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_{m-1}, 0, 1)$

(b) 全ての$\mathbf{i}_{m-1} \in \mathbb{S}'_{m-1}$に対して$\pi^g_{m+1}(\mathbf{i}_{m-1}, 1, 0) \geqq \pi^g_{m+1}(\mathbf{i}_{m-1}, 0, 1)$

特に、$1 \geqq \lambda_1 > \lambda_2 > \cdots > \lambda_M > 0$ のとき(a)と(b)において不等号が成立つ。

次にπ^gの単調性を証明する。証明の便宜上、次のような定義を行う。もし、$\mathbf{i}_m = (i_1, \cdots, i_m)$と$\mathbf{i}'_m = (i'_1, \cdots, i'_m)$が$i_\ell = 0, i_n = 1, i'_\ell = 1, i'_n = 0, i_k = i'_k\ (k \neq \ell, n)$を満足するならば、"$\mathbf{i}_m$は$\mathbf{i}'_m$に対応する"と云い、$\mathbf{i}_m \sim \mathbf{i}'_m$で表わすことにする。また、$\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m+1})$は

$$\pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m+1}) = \begin{bmatrix} \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 0) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_m, 1) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_m, 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m-1}, 0, 0) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_{m-1}, 1, 0) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m-1}, 1, 0) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_{m-1}, 0, 1) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m-1}, 0, 1) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{O}_{m-1}, 1, 1) \\ \pi^g_{m+1}(\mathbb{S}'_{m-1}, 1, 1) \end{bmatrix} \tag{15}$$

と書き表わされる。まず、状態$(\mathring{i}_{m-1},0,1)\in\mathbb{S}'_{m+1}$に対応する$(\mathring{i}_{m-1},1,0)$と$(\mathring{i}'_{m-1},0,0)\in(\mathbb{S}'_m,0)$は次の半順序関係

$$(\mathring{i}_{m-1},0,1)<(\mathring{i}_{m-1},1,0)<(\mathring{i}'_{m-1},0,0) \tag{16}$$

を満たす。従って、補題5,6より、$(\mathring{i}'_{m-1},0,0)\sim(\mathring{i}_{m-1},0,1)$となるような$\mathring{i}_{m-1}\in\mathbb{S}'_{m-1}$と$\mathring{i}'_{m-1}$に対して

$$\pi^g_{m+1}(\mathring{i}_{m-1},0,1)\leqq\pi^g_{m+1}(\mathring{i}_{m-1},1,0)\leqq\pi^g_{m+1}(\mathring{i}'_{m-1},0,0) \tag{17}$$

を得る。また、状態$(0_{m-1},1,1)\in\mathbb{S}'_{m+1}$に対応する$(\mathring{i}_{m-1},1,0)$と$(\mathring{i}'_{m-1},0,0)\in(\mathbb{S}'_m,0)$は

$$(0_{m-1},1,1)<(\mathring{i}_{m-1},0,1)<(\mathring{i}_{m-1},1,0)<(\mathring{i}'_{m-1},0,0) \tag{18}$$

を満たす。従って、補題5,6より、$(\mathring{i}_{m-1},1,0)\sim(\mathring{i}'_{m-1},0,0)\sim(0_{m-1},1,1)$となるような$\mathring{i}_{m-1}$と$\mathring{i}'_{m-1}$に対して

$$\pi^g_{m+1}(0_{m-1},1,1)\leqq\pi^g_{m+1}(\mathring{i}_{m-1},1,0)\leqq\pi^g_{m+1}(\mathring{i}'_{m-1},0,0) \tag{19}$$

を得る。同様に状態$(\mathring{i}_{m-1},1,1)\in\mathbb{S}'_{m+1}$に対応する$(\mathring{i}'_{m-1},1,0)\in(\mathbb{S}'_m,0)$は

$$(\mathring{i}_{m-1},1,1)<(\mathring{i}'_{m-1},0,1)<(\mathring{i}'_{m-1},1,0) \tag{20}$$

を満たし、$(\mathring{i}'_{m-1},1,0)\sim(\mathring{i}_{m-1},1,1)$となるような$\mathring{i}_{m-1}$と$\mathring{i}'_{m-1}$に対して

$$\pi^g_{m+1}(\mathring{i}_{m-1},1,1)\leqq\pi^g_{m+1}(\mathring{i}'_{m-1},1,0) \tag{21}$$

を得る。さらに、状態$(0_{m-1},0,1)\in\mathbb{S}'_{m+1}$に対応する$(0_{m-1},1,0)$と$(\mathring{i}_{m-1},0,0)\in(\mathbb{S}'_m,0)$は

$$(0_{m-1},0,1)<(0_{m-1},1,0)<(\mathring{i}_{m-1},0,0) \tag{22}$$

を満たし、補題5,6(a)より、$(\mathring{i}_{m-1},0,0)\sim(0_{m-1},0,1)$となるような$\mathring{i}_{m-1}$に対して

$$\pi^{g}_{m+1}(\mathbf{0}_{m-1},0,1) \leqq \pi^{g}_{m+1}(\mathbf{0}_{m-1},1,0) \leqq \pi^{g}_{m+1}(\mathbf{i}_{m-1},0,0) \tag{23}$$

を得る。式(15),(17),(19),(21),(23)と補題5より、もし、任意の $\beta\,(0<\beta<1)$ に対して $\pi^{g}_{m}(S'_m)$ が単調であれば、$\pi^{g}_{m+1}(S'_{m+1})$ も任意の $\beta\,(0<\beta<1)$ に対して単調である。従って、補題1より $\pi^{g}_{2}(S'_2)$ が単調であるので m に関する帰納法により、$\pi^{g}_{M}(S'_M)$ が任意の $\beta\,(0<\beta<1)$ に対して単調であることが示される。特に $1\geqq\lambda_1>\lambda_2>\cdots>\lambda_M>0$ のとき、補題5,6より式(17),(19),(21),(23)において不等号が成立つので、$\pi^{g}_{M}(S'_M)$ は任意の $\beta\,(0<\beta<1)$ に対して狭義単調である。以上をまとめれば次の定理を得る。

定理2　任意の $\beta\,(0<\beta<1)$ に対して、π^{g} は単調である。特に $1\geqq\lambda_1>\lambda_2>\cdots>\lambda_M>0$ のとき、π^{g} は狭義単調である。

定理2と式(2)より、g の最適性を示す次の定理が得られる。

定理3　無限期間における総期待割引利得を最大にする最適チャンネル割当政策は $\lambda_i\,(i=1,\cdots,M)$ の大きい順に優先権を与える政策である。この政策は非定常で、全履歴に依存し、確率的にチャンネルが割当てられるような政策の中で任意の $r>0$, $1>\beta>0$ に対して常に最適である。従って、スループットを最大にする最適政策でもある。

5、おわりに

本論文では衝突を伴わない、各ユーザのバッファ容量1の無線パケット通信システムの最適チャンネル割当政策を導い

た。この政策は任意の$r>0$, $1>\beta>0$に対して無限期間における総期待割引利得を最大にするものである。特に、$r=1$で且つβが1に十分近い場合には総期待割引利得最大はスループット最大と等価になり、従って、この政策はスループットを最大にする最適政策でもある。今後、バッファ容量を一般にし、利得のみならず遅延によるコストをも考慮した最適政策を求めることが残された課題である。

参考文献

[1] S.S.Lam and L.Kleinrock,"Packet switching in a multiaccess broadcast channel: dynamic control procedures,"IEEE Trans. Communication,vol. COM-23,pp891-904,1975.

[2] 岡田博美"アロハチャンネルの最適制御－入力しゃ断制御下のスループット特性－"信学論 vol.J65-D, pp.96－103, 1982.

[3] G.Fayolle,E.Gelenbe and J.Labetoulle,"Stability and optimal control of the packet switching broadcast channel,"J.Ass.Comput.Mach.,vol. 24,pp375-386,1977.

[4] L.Kleinrock and Y.Yemini,"An optimal adaptive scheme for multiple access broadcast communication,"International Conference on Communications,Toronto,Canada,1978.

[5] J.W.Grizzle and S.I.Marcus,"A decentralized control strategy for multiaccess broadcast networks,"Large Scale Systems,vol.3,pp.75-88,1982.

[6] J.M.Harrison,"Dynamic scheduling of a multiclass queue: discount optimality,"Opns.Res.,vol.23,pp.270-282,1975.

[7] D.Wan Tcha and S.R.Pliska,"Optimal control of single-server queuing networks and multi-class M/G/1 queues with feedback,"Opns.Res.vol.25, pp.248-258,1977.

[8] T.B.Crabill,D.Gross and M.J.Magazine,"A survey of reseach on optimal design and control of queues,"Tech.Paper T-280,The George Washinton Univ.1973.

[9] T.B.Crabill,D.Gross and M.J.Magazine,"A classified bibliography of research on optimal design and control of queues,"Opns.Res.,vol.25, pp.219-232,1977.

[10] N.Prabhu and S.Stidham,Jr.,"Optimal control of queuing systems" in "Mathematical Methods in Queuing Theory,"pp.263-294, 1974.

[11] M.J.Sobel,"Optimal operation of queues," in "Mathematical Methods in Queuing theory,"pp.231-261,Springer,1974.

[12] L.Kleinrock and M.O.Scholl,"Packet switching in radio channels: New conflict-free multiple access schemes," IEEE Trans.Communication, vol.COM-28,pp.1015-1029,1980.

[13] C.Darman,Finite State Markovian Decision Process,Academic Press, New York,1970.

[14] D.Blackwell,"Discrete dynamic programming,"Annals of Mathematical Statistics,vol.33,pp.719-726,1962.

[15] E.Denardo,"Contraction mapping in the theory underlying dynamic programming,"SIAM Review,vol.9,pp.165-177,1967.

[16] Jr.A.F.Veinott,"Discrete dynamic programming with sensitivity discount optimality criteria,"Annals of Mathematical Statistics, vol.40,pp.1635-1660,1969.